

ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

467

"CURRENT SCIENCE"  
RECEIVED.

14-11-37

LA  
QUESTION DE LA FINALITÉ  
EN  
PHYSIQUE ET EN BIOLOGIE

I

PRINCIPES GÉNÉRAUX

Lois d'économie, d'extremum, de simplicité

PAR

GEORGES MATISSE



PARIS

HERMANN & C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

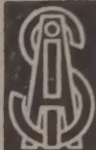
6, Rue de la Sorbonne, 6

1937



# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.



**René AUDUBERT**

Directeur de Laboratoire à l'Ecole  
des Hautes Etudes

## ÉLECTROCHIMIE THÉORIQUE

**J.-P. BECQUEREL**

Professeur au Muséum d'Histoire Naturelle

## OPTIQUE ET MAGNÉTISME AUX TRÈS BASSES TEMPÉRATURES

**G. BERTRAND**

Membre de l'Institut  
Professeur à l'Institut Pasteur

## CHIMIE BIOLOGIQUE

**L. BLARINGHEM**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## BIOLOGIE VÉGÉTALE

**Georges BOHN**

Professeur à la Faculté des Sciences

## ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

**J. BORDET**

Prix Nobel  
Directeur de l'Institut Pasteur de Bruxelles

## MICROBIOLOGIE

**J. BOSLER**

Directeur de l'Observatoire de Marseille

## ASTROPHYSIQUE

**Léon BRILLOUIN**

Professeur au Collège de France

## THÉORIE DES QUANTA

**Louis de BROGLIE**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne  
Prix Nobel de Physique

## I. PHYSIQUE THÉORIQUE

## II. PHILOSOPHIE DES SCIENCES

**Maurice de BROGLIE**

de l'Académie Française  
et de l'Académie des Sciences

## PHYSIQUE ATOMIQUE EXPÉRIMENTALE

**D. CABRERA**

Directeur de l'Institut de Physique et Chimie  
de Madrid

## EXPOSÉS SUR LA THÉORIE DE LA MATIÈRE

**E. CARTAN**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## GÉOMÉTRIE

**M. CAULLERY**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences

## BIOLOGIE GÉNÉRALE

**L. CAYEUX**

Membre de l'Institut  
Professeur au Collège de France

## GÉOLOGIE

**A. COTTON**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## MAGNÉTO-OPTIQUE

**M<sup>me</sup> Pierre CURIE**

Professeur à la Sorbonne  
Prix Nobel de Physique  
Prix Nobel de Chimie

## RADIOACTIVITÉ ET PHYSIQUE NUCLÉAIRE

**Véra DANTCHAKOFF**

Ancien professeur à l'Université Columbia  
(New-York)  
Organisateur de l'Institut  
de Morphogenèse Expérimentale  
(Moscou Ostankino)

## LA CELLULE GERMINALE DANS L'ONTOGENÈSE ET L'ÉVOLUTION

**E. DARMOIS**

Professeur à la Sorbonne

## CHIMIE-PHYSIQUE

**K. K. DARROW**

Bell Telephone Laboratories

## CONDUCTIBILITÉ DANS LES GAZ

**Arnaud DENJOY**

Professeur à la Sorbonne

## THÉORIE DES FONCTIONS DE VARIABLE RÉELLE

**J. DUESBERG**

Recteur de l'Université de Liège

## BIOLOGIE GÉNÉRALE EN RAPPORT AVEC LA CYTOLOGIE

CATALOGUE SPECIAL SUR DEMANDE



B. S. Mthava Ry



ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

467

LA  
QUESTION DE LA FINALITÉ  
EN  
PHYSIQUE ET EN BIOLOGIE

I

PRINCIPES GÉNÉRAUX

Lois d'économie, d'extremum, de simplicité

PAR

GEORGES MATISSE



PARIS

HERMANN & C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

6, Rue de la Sorbonne, 6

1937

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation  
réservés pour tous pays.

COPYRIGHT 1937 BY LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE HERMANN ET C<sup>ie</sup>,  
PARIS.



## INTRODUCTION

---

**L'**EXPLICATION des phénomènes naturels par l'idée de causes finales qui les dirigent, est fréquemment adoptée encore. S'il n'y avait là qu'un mode d'expression commode et concis, faisant image et facilitant la mémoire des enchaînements, il n'y aurait rien à objecter. Chacun ne dit-il pas que le soleil se lève et que la nuit tombe, que le ruisseau chante et que la montagne se cache dans les nuages ou a mis son chapeau ? On pourrait aussi bien, introduire en Physique l'« amour » et l'« aversion » pour décrire les phénomènes d'attraction et de répulsion électrique. Les corps portant une charge ou traversés par un courant seraient soumis aux lois électrostatiques et électromagnétiques ordinaires qui régleraient les effets de ces simili-sentiments. Rien ne serait changé. On pourrait aussi décrire les mouvements des planètes avec ce langage imagé affectif (1) et développer la Mécanique céleste selon sa forme classique, à condition de soumettre les « affects » de chaque particule élémentaire à la loi de Newton et de calculer l'effet résultant des puissances actives ainsi baptisées, par les méthodes ordinaires.

Malheureusement, presque tous ceux qui emploient le langage téléologique pour conter les événements croient que la finalité constitue une explication scientifiquement valable, c'est-à-dire, qui précise les conditions nécessaires et suffisantes de genèse du phénomène.

L'origine du penchant à invoquer des causes finales est dans

---

(1) « Mais un astre l'aimait elle-même — et les Mondes  
Se sont mis en voyage autour du firmament ».

(A. DE MUSSET).



notre tendance anthropomorphique, tendance spontanée, dont seul un effort de réflexion parvient à nous affranchir. L'homme a une inclination à interpréter la succession des faits en langage psychologique, attribuant à un être fictif, la Nature, des intentions, une volonté, qui suffisent à produire les événements. L'être humain pense et agit. Conscient de l'*activité fonctionnelle*, tant mentale que musculaire, qui constitue sa conduite, il érige la conscience en cause physiquement efficiente et croit que c'est cette *conscience* qui engendre les *phénomènes* où il intervient. Il conçoit le monde selon cette image : les « gestes » de la Nature sont des actes *engendrés* par une volonté plus ou moins claire de cette entité.

### *L'interprétation téléologique des faits.*

La finalité est une doctrine *déterministe*. Ce caractère générique commun à la causalité et à la finalité situe ces deux doctrines en opposition avec celle de la liberté. Mais la finalité place dans le futur la sollicitation déterminante, qui n'est plus une puissance, mais une « raison ». Par là, la finalité implique autre chose qu'un renversement du sens de la causalité.

Ce qui détermine les faits actuels, dans la conception téléologique, c'est une tendance des « actes » de l'Univers vers un ou plusieurs *buts*. Cette tendance est, le plus souvent, conçue sous la catégorie d'une représentation ; c'est, selon les auteurs : une idée directrice, un désir vague, un vouloir inconscient, ou une aspiration immanente d'un Univers personnalisé, déroulant ses virtualités.

On la pourrait considérer cependant sous un aspect plus physique (au moins en apparence), comme le résultat d'une « attraction », ou encore comme l'orientation imposée à la coulée des faits par une « pente naturelle » — peut-être enfin comme un résultat statistique.

La Physique n'échappe pas aux explications fondées sur des raisons de cet ordre. La Nature « aime » la concentration (le plein) et a horreur du vide ; les contraires ont une « affinité » l'un pour l'autre (les acides pour les bases) ; les corps célestes décrivent des cercles, car le cercle est la figure géométrique parfaite. DESCARTES déclare que la quantité de mouvement doit se conserver dans le monde parce que l'impulsion donnée à l'origine par le Créateur ne saurait subir d'altération.



La doctrine finaliste implique diverses prémisses et conséquences. L'affirmation, d'abord, que des faits non encore arrivés ou des états futurs peuvent déterminer des événements présents. Ceux-ci surgiraient avec leurs caractères par une sorte de besoin interne de réaliser l'avenir selon un thème préétabli. On invoque pour cela, tantôt des « *Idées directrices* » (1), tantôt des « *Pouvoirs régulateurs* » ou « *Principes directeurs* » (2).

La théorie des causes finales exige une refonte totale du système ordinaire d'organisation de la pensée. Ce dernier système, en effet, est un schème constructif qui introduit, pour représenter les événements, outre le paramètre de *temps*, l'idée que ces événements sont engendrés progressivement et successivement au long de la durée ; donc, que les faits futurs n'existent pas encore. Que la théorie de la détermination des phénomènes par un but à atteindre ou par des intentions de la Nature, gêne notre manière courante de concevoir le déroulement des processus, ne saurait d'ailleurs dresser une objection contre elle. Elle devrait être retenue comme acceptable, si elle ne comportait, un vice interne grave, inhérent à elle. Non seulement elle accorde à l'Univers une tendance innée à suivre certaines normes à réaliser, certains états, des intentions pleinement efficientes dans la genèse des événements, mais elle implique encore que ces intentions ou ces tendances *sont connues de nous*. Autrement, *la théorie* n'est pas utilisable. Elle se réduit à un verbalisme pur.

---

(1) H. BERGSON : *L'Evolution créatrice* (Paris. F. Alcan),

(2) J. BOUSSINESQ : *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*, p. 89-90 (Gauthier-Villars, éditeur, Paris).



## Principes généraux.

---

A toutes les époques, les Philosophes se sont efforcés de deviner ou de découvrir par l'observation, les idées secrètes et les intentions de la nature. Ils l'appelaient Dieu ou l'Univers, suivant qu'ils la personnalisait plus ou moins. A leur jugement, les faits apportaient un témoignage certain des desseins de Dieu ou des aspirations de l'Univers. Ils formulaient ceux-là ou celles-ci en sentences plus ou moins vagues. Pour les esprits religieux, les événements politiques préparaient et annonçaient le règne de la justice, le triomphe de Jahvé ou la venue du Dieu rédempteur, l'avènement du Christianisme et le salut de l'Humanité. Pour les philosophes de la Nature, celle-ci montrait des inclinations et des répulsions ; elle tendait à effectuer tout changement avec la dépense minima et dans les conditions optima. Elle était économe et sagace, employant le moins de matériaux possible, épargnant l'effort et le temps, invinciblement portée à la simplicité. Croyance enracinée dans l'esprit humain, à laquelle se rallient, aujourd'hui encore, maints philosophes et maints savants.

Délaissant ici la finalité dans les événements historiques, qui trouve son expression parfaite dans le *Livre des Prophètes*, dans le *Discours sur l'Histoire universelle*, dans les ouvrages de Joseph DE MAISTRE..., je discuterai seulement cette doctrine dans le domaine immense des faits physiques et biologiques.



## Les causes finales dans le domaine des faits physiques.

---

Ce fut d'abord sur les principes d'inclination et de répulsion, d'amour et de haine de la Nature, sur ceux aussi d'harmonie et de simplicité, que fut édifiée la Physique. THALÈS, HÉRACLITE, ANAXIMANDRE, DÉMOCRITE, PYTHAGORE... voyaient en eux la raison dernière de tous les changements naturels. Pour PYTHAGORE, le Monde était dominé et ordonné par les principes de l'harmonie et de la simplicité ; participant aux lois générales du Cosmos, le chœur des planètes décrivait des évolutions réglées autour du Soleil. La cadence de leur ronde, leurs distances à l'astre central, étaient régies par les mêmes lois que l'harmonie musicale. La science antique et celle du Moyen Age sont imprégnées de conceptions téléologiques. DESCARTES demeure pénétré des mêmes idées et donne de singulières preuves des lois qu'il découvre (par d'autres moyens). La dénomination d'« attraction universelle », donnée aux phénomènes de gravitation, est un résidu linguistique, au XVIII<sup>e</sup> siècle, des vieilles explications anthropomorphiques, qui régnaient d'ailleurs, pleinement à la même époque, dans les Sciences biologiques.

L'interprétation finaliste des phénomènes a été, peu à peu, abandonnée presque entièrement, dans les Sciences physiques. Sous quelles formes la rencontre-t-on parfois encore de nos jours ? Elle en affecte deux principales : celle des *Principes d'économie*, et de *minimum* (ou Principes d'extremum) et celle de *Principe de simplicité*.

### Examen des divers principes d'extremum.

#### A. — *Principes d'économie de matière et d'économie de place.*

Ils se confondent souvent, en partie tout au moins.



## PRINCIPE D'ECONOMIE DE MATIÈRE.

Selon ce principe, la Nature, pour obtenir un résultat déterminé, emploie toujours le minimum de matière qu'il soit possible.

Quelques exemples préciseront cette assertion. Un rayon de miel réalise, avec une fourniture minima de matière cireuse, le maximum de *solidité* et de *capacité* à la fois.

La Nature fait aussi une économie de matière dans la construction

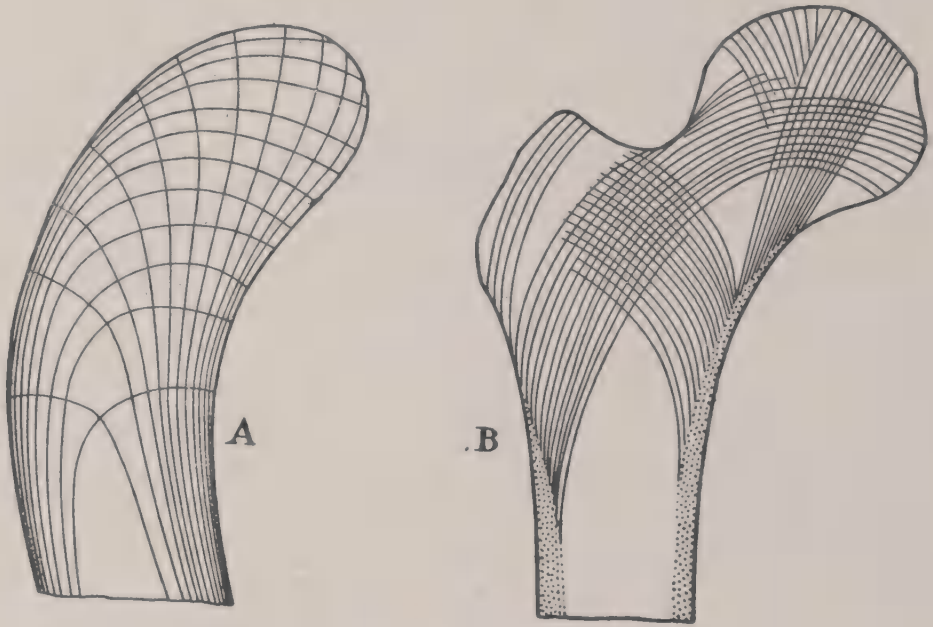


FIG. 1. — Architecture de l'extrémité supérieure d'un fémur humain. D'après H. VON MEYER.

A. Pièce métallique en porte-à-faux dans laquelle on a tracé les lignes d'efforts.

B. Les lignes tracées montrent la disposition des trabécules osseux de renforcement.

des os longs des Vertébrés. Au lieu de les construire pleins, elle les façonne en forme de tubes épais, renforcés par des trabécules osseux tendus le long de lignes suivant lesquelles s'exercent les « efforts » supportés (tractions et pressions) (fig. 1). Or, on démontre expérimentalement et théoriquement aussi, qu'un tube creux d'une certaine épaisseur, semblable à l'os, présente, au point de vue mécanique, une résistance aux « efforts » aussi grande, plus grande même, qu'un corps plein de même forme. Aux os longs des Verté-

brés on peut joindre les tiges des Graminées, les plumes d'Oiseaux.

— Autre exemple. Chez beaucoup d'animaux, un même appareil vecteur sert à l'écoulement de divers produits. Dans le corps des Mammifères supérieurs, les annexes de l'appareil génital servent à la fois à l'émission des éléments sexuels et à l'élimination de l'excrétion urinaire : canaux génitaux et conduits urinaires sont, en partie, confondus. Chez les autres Vertébrés, les deux espèces de conduits viennent même se confondre, sur une partie de leur trajet, avec la région terminale du tube digestif (cloaque). Enfin, chez les Vers plats et les Némathelminthes parasites, les appareils circulatoires et respiratoires sont supprimés. Chez les Cestodes, chez certains Crustacés parasites (Sacculine, Copépodes divers) l'appareil digestif lui-même fait défaut, la nutrition par osmose suffisant à assurer les besoins de l'animal.

Dans ces derniers exemples, comme dans la plupart des suivants, il y a, *à la fois*, économie de place et de matière.

#### PRINCIPE D'ÉCONOMIE DE PLACE.

La Nature épargne, autant que le permet le but poursuivi ou l'utilité de l'objet, l'espace occupé.

*Exemples.* — 1<sup>o</sup> Le rayon de miel déjà cité offre la disposition structurale qui, pour la quantité de miel emmagasinée, occupe l'espace minimum : les alvéoles ayant la forme de prismes droits hexagonaux, sont, avec le prisme à base carrée et le prisme droit triangulaire équilatéral, les seules figures à *section droite régulière*, de l'espace à trois dimensions, utilisant entièrement tout l'espace offert, sans laisser entre leurs parois d'interstices inemployés.

2<sup>o</sup> Des fibres nerveuses issues de différents centres ou (s'y rendant), et à fonctions hétérogènes, sont fréquemment contenues dans un même tronc nerveux sur une grande étendue de leur trajet. Il y a ici économie de place.

3<sup>o</sup> Couramment, plusieurs organes à fonctions hétérogènes, sont emboîtés l'un dans l'autre ou insérés dans un même appareil composite. Ce fait s'observe surtout dans les appareils glandulaires et dans les appareils des sens. L'oreille des Mammifères est un organe double : l'un fournit la connaissance de l'orientation du corps par rapport à la verticale (canaux semi-circulaires et nerf vestibulaire).

laire) l'autre, les phénomènes sonores (limaçon et nerf cochléaire). L'œil renferme aussi deux organes sensoriels : les cônes donnent les sensations chromatiques ; les bâtonnets, la sensation des éclaircissements et des ombres. Le pancréas, le foie, sont des glandes composites. Le pancréas, par exemple, est tout ensemble une glande à sécrétions internes et à sécrétions externes. De même, les capsules surrénales (1), l'hypophyse, représentent en réalité chacune, plusieurs glandes, associées dans l'espace et occupent le minimum de volume.

### *Critique des lois d'économie de matière et de place.*

Sans doute en a-t-on déjà fait la remarque : les exemples cités sont choisis et rares. Mais on ne voit guère comment s'applique le principe d'économie de matière, si l'on considère la constitution des mers, des montagnes, des roches, ou bien la composition des substances chimiques naturelles ou artificielles. Dans les êtres vivants eux-mêmes, d'innombrables faits donnent un démenti à ces principes. Maints organismes poussent des productions exubérantes, tantôt indifférentes, tantôt nuisibles à l'animal ou à la plante. Elles ont même pour effet dans plusieurs cas d'amener la mort de l'individu ou l'extinction de l'espèce.

L'exagération de la masse osseuse ou musculaire est évidente chez les Cétacés (Baleines, Cachalots...) et les Pachydermes actuels (Eléphants d'Asie et d'Afrique), chez les espèces éteintes : Mammoth, Gigantosaures, Brontosaurus, Diplodocus... Ce sont des animaux qui « font de l'os », ou qui « font du muscle ». Chez d'autres, il y a hypertrophie de certaines productions dermo-épidermiques ou ectodermiques (exosquelette osseux ou cuticulaire, phanères...).

De nombreux *Insectes* sont alourdis par des protubérances cuticulaires de grande dimension, inutiles, gênantes presque toujours pour l'individu : cornes ou « ornements » céphaliques des *Dynastes*

---

(1) La portion centrale, encore appelée médullaire, fournit l'adrénaline et agit sur le cœur, les vaisseaux, le grand sympathique ; la partie périphérique ou *cortex*, élabore une hormone tout différente qui agit sur la croissance du corps, le développement du système pileux, sur la voix, la dynamogénèse musculaire et nerveuse.





FIG. 2. — *Dynastes hercules* mâles, d'après CHAMPY :  
Sexualité et hormones.

*hercules* (fig. 2), des *Goliathus giganteus*, des *Chalcosoma atlas* (fig. 3 C et C'), des *Phanaeus lancifer*; des *Oryctes nasicornis*, des *Lucanus cervus*, énorme sac creux prolongeant la tête des *Fulgora*

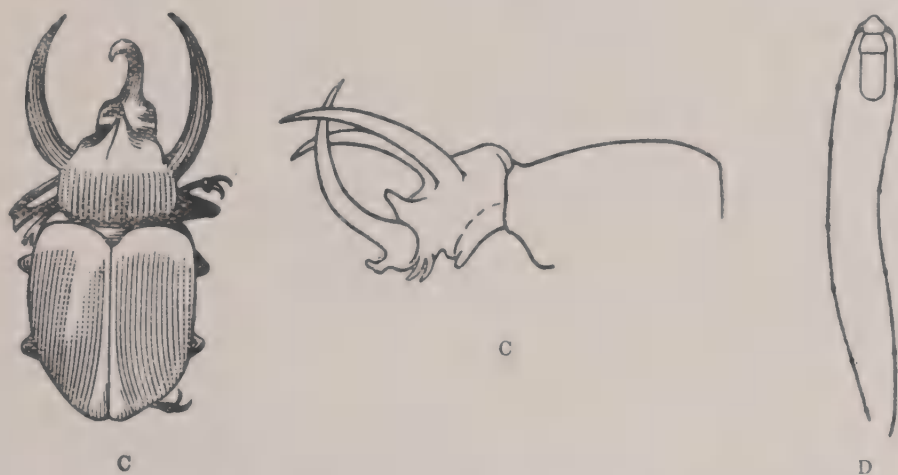


FIG. 3. — C, C' : *Chalcosomes atlas* : C vu de dos ; C' vu de côté.  
D : *Acanthocinus aedilis* (vue dorsale).

*laternaria* ; antennes et pattes démesurées des *Acanthocinus aedilis* (fig. 3 D), des *Mecotagus tigrinus*, des *Acrocinus longimanus*, etc.

Plusieurs genres de *Mollusques* sécrètent une coquille si massive qu'elle enlise les animaux dans la vase du fond et cause leur mort : Tridacnes, Huîtres, Ammonites diverses du Jurassique et du Crétacé (Harpoceras... ; Cerithes géants du Lutétien). Maints Foraminifères planctoniques précipitent progressivement à la périphérie de leur cytoplasma un test minéral qui les entraîne au fond de la mer (Milioles, Nummulites, Globigérines, Rotalia...). Il en est de même des larves d'Oursins : d'abord libres, nageant à la surface des océans, elles sécrètent des plaques calcaires, d'origine dermique, qui les font choir lentement. Arrivé au fond de la mer, l'animal s'immobilise. Les Vertébrés, eux aussi, sont parfois encombrés de

formations gênantes et inutiles. Qu'on songe seulement aux « bois » des Cervidés (Rennes, Elans, Cerfs, par exemple *Rangifer tarundus*), aux cornes de certains *Ruminants* (Buffles, Bœufs, Rhinocéros), aux « défenses » des Eléphants, des Babirosses, aux dents en sabre des Morses ; au plumage des Paradisiers, des Paons, des Faisans, au bec énorme des Toucans, des Calaos (*Buceros rhinoceros*) (fig. 4) ;



FIG. 4. — *Buceros rhinoceros* (Calas) ; le bec est surmonté d'une énorme corne (CHAMPY, *Sexualité et hormones*).

aux expansions cutanées (épines, crêtes, membranes) des Basilics, (fig. 5), des Molochs, des *Chlamydosaurus* (fig. 6) parmi les Rep-



FIG. 5.

tiles. Dans tous ces cas, des *phanères* ont pris un développement monstrueux.

On observe plus fréquemment encore des proliférations pathologiques de tissus internes (tumeurs, cancers) ou de simples hypertrophies d'organes : du foie, du cœur, des extrémités (acro-



FIG. 6. — *Chlamydosaurus kingi*, d'après HANS GODOW.  
Cambridge Natural History : Reptilia.

mégalie), de la prostate, du panicule adipeux. Elles peuvent constituer l'état normal chez certaines espèces (Phoques, Baleines, Marsouins, Hippopotames).

Il y a aussi des doubléments inutiles, des superfétations : la boîte crânienne des Poissons Ganoïdes est double : la boîte cartilagineuse qui existe seule chez les Sélaciens est recouverte d'une boîte osseuse qui suffit à constituer le crâne des Téléostéens.

Tous ces faits, et beaucoup d'autres encore, s'inscrivent en faux contre les Principes d'économie de matière et d'économie de place.

Enfin, ce dernier principe est encore contredit directement par la dispersion des étoiles dans le ciel, que d'immensurables distances séparent ; par les déserts d'étoiles dans l'Univers et l'existence de déserts biotiques sur la terre et dans les océans ; par le passage des corps solides et liquides à l'état de vapeurs, et par les gaz tendant à occuper tout l'espace disponible (pouvoir expansif des gaz et des vapeurs).



### B. — *Principe du moindre effort.*

Plus communément accepté et d'une portée plus grande que le Principe d'économie de matière, le Principe ou la Loi du moindre effort semble aussi encadrer mieux les faits.

Il ne faut pas omettre de remarquer, cependant, combien le mot « effort », non défini d'autre part, demeure vague. Cette indécision de sens, qui ne permet pas de délimiter le champ de validité du Principe, par les caractères attachés à la notion introduite, le soustrait en même temps à tout contrôle de l'expérience. Par là, elle lui enlève sa valeur effective. On sera obligé, dans *chacun des cas* où l'on essaiera de l'appliquer, de préciser le sens donné au mot « effort », avant de comparer les faits à la norme.

La notion d'« effort » est essentiellement une notion individuelle humaine. Elle est suggérée par les sensations musculaires éprouvées par l'homme qui accomplit un travail mécanique ; c'est une appréciation subjective.

Sans doute, dans les cas où l'être humain n'est pas en jeu, serait-on tenté de la traduire par : « travail mécanique ». Mais on ne peut songer à formuler une loi du moindre travail, applicable aux phénomènes physiques. Une telle loi serait inacceptable. C'est bien plutôt un principe de dépense maxima que l'on serait tenté d'énoncer et, de fait, en Chimie, BERTHELOT avait cru découvrir un « Principe du travail maximum » (1).

Si, laissant de côté l'empire de l'inorganisé, on examine maintenant celui des êtres vivants, on constate que, *souvent*, les animaux adultes, dans les actes destinés à assurer leur existence, font précisément la suite de mouvements qui semblent requérir le minimum d'effort. Et le même principe paraît dominer l'activité de l'homme. Il semble chercher, en général, à épargner ses forces, à éviter toute dépense inutile d'énergie, à accomplir chaque action avec le moindre travail. Il y est poussé par la modicité de sa puissance motrice ou intellectuelle et par la sensation pénible de fatigue qui survient rapidement dès qu'il accomplit un travail prolongé, ou rapide et très intense. Fatigue et épuisement l'obligent à être ména-

---

(1) BERTHELOT n'avait pas fait la distinction importante entre l'énergie totale et l'énergie utilisable (ou énergie libre).

ger de ses forces. Mais, ici même, la notion d'« effort » ne se confond pas avec celle de « travail » au sens défini en mécanique (1).

L'être vivant choisira souvent d'accomplir un *travail mécanique* plus grand, mais demandant la mise en jeu d'une *puissance* moindre. Plus explicitement, il jugera préférable d'exécuter un travail plus grand au total, effectué à un taux modéré durant un plus long intervalle de temps, plutôt qu'une somme moindre de travail, mais requérant le développement d'une force musculaire trop intense, pendant une durée plus courte. La première alternative apparaîtra moins pénible à sa sensibilité que la seconde ; elle représentera, pour l'animal, un « effort » moindre. Un homme, ayant à hisser un fardeau au sommet d'une montagne abrupte, choisira de suivre un chemin en zigzag dont la pente restera modérée. Il renoncera à s'engager sur une voie plus directe, mais plus abrupte, car celle-ci exigerait de son organisme un trop grand développement d'énergie mécanique par *unité de temps*.

Mais il n'en est pas toujours ainsi. Parfois, lorsque la puissance à développer n'est pas excessive, l'être préfère fournir un travail intense pendant un temps plus court. La notion d'effort, même dans des cas simples, reste donc assez imprécise. Faisant même abstraction de cette difficulté, peut-on dire que les êtres vivants obéissent toujours, dans leurs actes, à la loi du moindre effort ? Ceux qui ont étudié de près le comportement des animaux, ont pu s'apercevoir que l'action exactement adaptée et requérant le minimum d'effort, à laquelle parvient l'adulte, est le résultat d'une acquisition : dextérité lentement conquise par l'élimination progressive, au cours de mois ou d'années de pratique, d'une multitude de mouvements superflus et inutiles.

La loi du moindre effort n'apparaît pas comme une aspiration directrice, une idée organique, incrustée dans l'être vivant sous forme d'une tendance spontanée, inconsciente et fatale, mais comme le résultat acquis de l'expérience individuelle, au moins si, pour lui laisser une portée réelle, on l'envisage dans son efficience.

Si, au lieu de considérer les actes des adultes, on observe main-

---

(1) Pour le *travail dynamique* : déplacement imprimé, multiplié par la projection sur lui de la force d'entraînement ; dans le cas du *travail statique*, considéré en Physiologie : force extérieure (équilibrée par une force musculaire antagoniste égale), multipliée par la durée de l'acte.

tenant les jeunes animaux, leurs jeux incessants, on verra que la nature organisée, loin d'épargner le travail, d'être économe de l'effort, se plaît à le gaspiller. Le jeune animal éprouve un besoin irrésistible de déverser la puissance dynamique débordante qu'il sent en lui ; il ressent un bien-être, une émotion joyeuse au fonctionnement de ses muscles et de ses centres nerveux : le chevreau, l'agneau, bondissent dans la campagne, sans but utilitaire ; le jeune chien court, aboie, saute, se roule, mordille, va, revient, fait cent fois le chemin, ivre de mouvement. Mais il y a bien autre chose encore, dans le jeu, que ces impulsions motrices (chez l'homme surtout). Il y a une activité intellectuelle qui s'exerce, un besoin spontané de composer entre elles des *images psychomotrices*. Le jeu traduit la tendance à imiter les actes d'autres êtres — surtout des adultes, — à construire des actions organisées et poursuivies, à faire enfin des « expériences pour voir », des essais d'actions vitales, affranchies de danger, puisque, — à la différence de celles de la vie réelle — dépourvues de sanction. Qu'on observe des enfants dans leurs ébats ludiques : tandis que leur cerveau invente des aventures, ils se font les auteurs du drame ; ou bien, tout en poussant des cris, et s'agitant plus qu'il n'est nécessaire, ils tiennent leur partie, dans un jeu collectif réglé et traditionnel.

Et chez les adultes, le goût du jeu, le plaisir de l'effort, la curiosité désintéressée du résultat de l'acte, subsistent. On l'observe non seulement dans l'attrait qu'a l'effort physique pour ceux qui se livrent avec passion au tourisme, aux ascensions, à la chasse, aux sports..., mais aussi dans l'amour de l'effort intellectuel qu'implique, chez les amateurs, la pratique de la musique, de la peinture, la création littéraire ; enfin, chez beaucoup de professionnels, l'exercice de leur spécialité.

L'écrivain, le savant, le philosophe sont poussés au travail par le plaisir de construire, la tentation de se mesurer avec des difficultés et de les vaincre, plus que par des fins intéressées.

A la ligne de conduite qu'indique la loi du moindre effort, l'homme se soustrait plus que tout autre être vivant. Les grandes civilisations sont issues de cette infraction. M. Paul VALÉRY l'a fait ressortir, il y a longtemps. Tous ses besoins satisfaits, en équilibre avec son milieu, à l'abri des circonstances hostiles, l'homme devrait demeurer au repos, jouissant de cet état euphorique, attentif à ne rien changer aux facteurs qui l'établissent. Tout au contraire, il



profite du répit accordé pour rechercher quelque autre objet, au risque de déranger une condition aussi désirable. Pouvant s'abandonner au bonheur de vivre, à la douceur de la nonchalance, il se met au travail avec ardeur. Il modèle des œuvres ; il essaie des changements, invente des machines et des arts, transforme le milieu social où il vit commodément. Jamais il ne se sent satisfait. Il est tellement assoiffé d'activité qu'il produit au delà de ses besoins quitte à engendrer des engorgements et des crises économiques. Bien mieux, il fait de la suractivité, de l'effort maximum, un *idéal*. Il méprise la sagesse qui conseille la modération et la poursuite du bonheur. Ses plaisirs mêmes ajoutent à la fatigue issue des travaux nécessaires. L'histoire étonnante des progrès et des catastrophes de l'humanité est l'expression de ce surcroît de puissance motrice et intellectuelle et du besoin incoercible de l'homme de la dépenser.

Pourquoi les fondateurs d'empires, pourquoi les poètes, les artistes, les explorateurs des pôles ou de la haute atmosphère, les exhumeurs de ruines reconstruisant les civilisations disparues, les savants attaquant l'atome ou peinant à approfondir des géométries nouvelles, si la loi du moindre effort pesait sur nous ?

C'est en *linguistique* principalement que l'on avait cru pouvoir tirer parti de la loi du moindre effort. Elle semblait fournir le grand principe explicatif, applicable à tous les cas. La tendance à la contraction des formes verbales (1), les consonnes de liaison abolissant l'hiatus (2), les abréviations (3)..., trouvaient en elle leur raison profonde. Dans le domaine de la *psychologie linguistique* et de la *phonétique* en particulier, le principe semblait fournir des applica-

(1) Les contractions verbales :

Story (anglais) dérive de history ; cheval (français) de caballus ; adjoint de adjunctus.

Et les contractions phonétiques : r'tarder pour retarder, c' t'enfant pour cet enfant, am'ner pour amener ; Lester (anglais) pour Leicester ; « capacel » (prononciation anglaise de corpuscule) ; magdalem (prononciation : môdlin) ; en anglais elles sont légion.

(2) A-t-il pour a il ; allez za gauche pour allez à gauche ; les zhommes pour les hommes..., etc.

(3) Auto pour voiture automobile, dynamo pour machine dynamo-électrique ; T. S. F. pour télégraphie sans fil. Mais ce dernier exemple pourrait aujourd'hui être multiplié à l'infini, les lettres capitales des termes ou des mots composés formant un nouveau vocabulaire. Il y a ceci d'intéressant que, parfois, il se forme avec les lettres un nouveau mot : Ours pour U. R. S. S.

tions pratiques. Telle était la conviction de maints philologues : Max MULLER, D. WHITNEY... Or, Michel BRÉAL a montré que cette loi n'avait nullement la valeur générale qu'on lui attribuait et qu'elle était en défaut en de nombreuses occasions.

« Arrivons, écrit-il, au principe selon lequel les *changements phonétiques s'effectueraient toujours selon la loi du moindre effort*. Il est certain que, dans la plupart des cas, en raison même des causes que nous avons exposées précédemment, la tendance des langues est d'économiser l'effort, et, par conséquent de remplacer les sons qui exigent quelque énergie, par des sons plus faibles. C'est ainsi que les labiales latines *p* et *b* aboutissent en français à un *v*, que certaines lettres cessent d'être prononcées, que les assimilations se font dans les groupes de consonnes, etc. Mais il ne serait pas exact d'y voir une règle constante. Le raccourcissement et l'allègement des mots n'ont pas toujours pour conséquence une diminution de l'effort. A mesure que les mots s'altèrent, il se fait de nouveaux groupements de consonnes qui n'exigent pas moins de dépense, qui souvent même en exigent plus. Ainsi, le français moderne présente des associations de lettres telles que *vl*, *lss*, *sp*, *sc*, *zc*, *ssd*, *nt*, *jt*, *dp*..., etc., devant lesquelles le vieux français et le latin auraient reculé et que les livres de phonétique déclarent impossibles (1). »

### C. — *Principes d'extremum au sens strictement quantitatif.*

Avec les principes du *moindre temps*, de la *moindre action*, et de la *moindre contrainte*, on vient à des lois d'un énoncé précis, faisant intervenir des notions bien définies. De ces principes, on peut déduire les lois particulières régissant tous les phénomènes d'un domaine déterminé. Ces domaines de validité sont de plus en plus vastes pour les principes qui vont être successivement examinés.

---

(1) MICHEL BRÉAL : *Les lois linguistiques* : Leçon faite au Collège de France à l'occasion de la création d'un Laboratoire de phonétique expérimentale, publiée dans la *Revue scientifique*, 10 juillet 1897, p. 37.

## PRINCIPE DU TEMPS MINIMUM.

Pressenti dès l'antiquité, ce principe énoncé d'une façon rigoureuse par FERMAT et appliqué par lui à la propagation de la lumière, lui a permis de découvrir les lois de la réflexion et de la réfraction. Un rayon lumineux qui passe par deux points *A* et *B*, suit la route correspondant au minimum de temps possible pour aller de *A* à *B*, dans les *conditions qui lui sont imposées*. Dans un milieu homogène, on trouve ainsi la *loi de propagation de la lumière en ligne droite* ; si on impose au rayon la condition, en se rendant de *A* à *B*, d'aller toucher une surface réfléchissante donnée, on trouve la *loi de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion*. Enfin, si les deux points *A* et *B* sont dans des milieux différents, où les vitesses de propagation de la lumière sont inégales, on trouve la *loi de la réfraction*.

Le principe du minimum de temps enferme donc exactement l'ensemble des phénomènes de réflexion et de réfraction des ondes dans les milieux isotropes. Il rendrait compte aussi de la double réfraction dans les milieux anisotropes (1).

## PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.

Le mot « Action » peut prêter à équivoque. *Il n'a pas ici la signification qui lui est attribuée dans le langage courant*. Le principe se confondrait alors avec la loi du moindre effort déjà étudiée. Il ne doit pas non plus être traduit par « travail mécanique » : il n'y a pas de principe du moindre travail. Entre le mot Action, tel qu'on l'entend dans le principe mentionné, et le mot action de la langue commune, *il n'y a pas d'autre rapport qu'une identité sonore*. A l'origine, cependant, la croyance que « la nature » tendait à économiser quelque chose en rapport avec la dépense que l'homme fait dans ses actes, avait été instigatrice de la recherche. Mais les expressions mathématiques que l'on a été conduit à élaborer pour en déduire les lois naturelles, n'ont aucune interprétation intuitive : ce sont des expressions mathématiques abstraites, plus ou moins compliquées, sans aucune signification physique saisissable.

---

(1) Les lois du chemin suivi par la lumière se propageant dans différents milieux, sont un cas particulier du problème général des trajectoires *brachistochrones* pour des conditions données.



On a successivement introduit, au cours du développement de la construction scientifique, plusieurs genres d'Action ; en d'autres termes, on a façonné plusieurs *types* de formules mathématiques, permettant d'en déduire les lois des phénomènes. Les plus célèbres ont été proposées par MAUPERTUIS et par HAMILTON ; TAIT et W. THOMSON, HELMHOLTZ, Henri POINCARÉ, Eugène et François COSSERAT, LORENTZ, HILBERT, EINSTEIN, H. WEYL... ont créé d'autres formules d'Action. A l'origine — à la fin du XVIII<sup>e</sup> et au commencement du XIX<sup>e</sup> siècle, — on demandait au principe d'embrasser le champ des phénomènes mécaniques seulement. A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, HELMHOLTZ s'est efforcé de généraliser — en la complétant et la compliquant au besoin — la formule de l'Action, de façon à l'étendre à tout le domaine des phénomènes mécaniques, calorifiques, chimiques, électriques et magnétiques. Enfin, MM. Eugène et François COSSERAT, HILBERT, EINSTEIN, H. WEYL, ont modelé de nouvelles expressions susceptibles de fournir les lois les plus complexes de la Physique relativiste, c'est-à-dire les expressions, sous forme co-variante des lois naturelles, relatives au champ de gravitation et aux phénomènes électromagnétiques (1).

La plus ancienne et la plus simple expression de l'Action est celle qui fut trouvée par MAUPERTUIS d'abord, et considérée aussi, peu de temps après, par EULER, LAGRANGE, LAPLACE. La formule de MAUPERTUIS est la suivante :

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^{t_1} (\Sigma m v^2) \cdot dt$$

(où  $\mathcal{A}$  désigne l'Action,  $m$  la masse d'une particule,  $v$  sa vitesse,  $dt$  l'élément de temps).

Le principe est valable pour définir le mouvement des systèmes de points matériels auxquels sont appliquées des forces qui dérivent d'une fonction de forces  $U$  (ou d'un potentiel  $\Pi$ ), et dont le mouvement, s'il n'est pas libre, est assujetti à des relations rigides.

Il faut insister, à cette occasion, sur la différence entre l'Action et la *force vive*, ou, d'une façon plus générale, entre l'Action et l'énergie. L'élément d'Action, pendant un intervalle de temps  $dt$ , est, dans l'expression maupertuisienne, le *produit* de la force vive

---

(1) Voir, à la fin du volume, la Note sur les divers genres d'Action et leurs expressions respectives.

du système à l'instant considéré *par cet élément infiniment petit du temps*,  $dt$ , c'est-à-dire  $(\Sigma mv^2)dt$ , et l'Action du système, pendant une durée finie  $t_1 - t_0$ , est l'intégrale de ces produits infinitésimaux, prise entre les instants extrêmes  $t_0$  et  $t_1$

$$\mathfrak{A} = \int_{t_0}^{t_1} \Sigma mv^2 dt$$

L'Action n'est donc pas l'énergie (ici la force vive) acquise ou perdue par le système, pas plus que le travail effectué,  $\mathfrak{E} = \int_{x_0}^x \Sigma F_x dx$ , n'est la force résultante suivant la direction du déplacement. C'est autre chose : une grandeur correspondant à une notion nouvelle abstraite, que nous devons adopter et qui n'a pas de représentation sensorielle.

Si, abandonnant maintenant le concept même d'Action, on poursuit un examen approfondi du *Principe*, on découvre qu'il recèle des choses inattendues et qu'il diffère profondément de l'interprétation que l'on en avait cru pouvoir faire d'abord. Il n'énonce nullement que l'Action prise entre le début et la fin du phénomène, est minima (sauf si les points extrêmes sont très rapprochés). Il affirme seulement qu'elle est un *maximo-minimum*, ou, comme on dit encore, une valeur-limite (Grenzwert). Il s'agit d'ailleurs, en général, non d'un *extremum* absolu, mais d'un maximum ou d'un minimum *relatif*. On appelle ainsi les extremums qui n'accusent ce caractère d'ultime magnitude ou petitesse, que si l'on se borne à comparer la valeur que prend  $\mathfrak{A}$  pour des variations virtuelles d'aspect *infiniment peu différentes* les unes des autres, par exemple les valeurs de  $\mathfrak{A}$  le long de la trajectoire réelle et de trajectoires infiniment voisines, satisfaisant aux mêmes liaisons et aboutissant aux mêmes points fixes  $A$  et  $B$ . Mais si l'on s'écarte notablement de ce domaine restreint de comparaison, si l'on fait entrer en concours d'autres mouvements (ou d'autres trajectoires) présentant un écart *fini* avec le mouvement (ou la trajectoire) réel, ces maxima et minima *relatifs* peuvent n'être pas des maxima et des minima *absolus* donnant à l'Action la plus petite valeur (ou la plus grande) qu'elle puisse atteindre dans tout le champ des variations considérées. Lorsque les points (ou les états) terminaux  $A$  et  $B$  sont très rapprochés l'un de l'autre, ce mouvement réel rend *effectivement minimum* la valeur de l'Action. Quand ces bornes fixes sont éloignées l'une de l'autre, le mouvement réel est

composé de parties dont les unes rendent l'intégrale d'Action minimum, les autres la rendent maximum. Par exemple, la trajectoire réelle est formée de segments de courbe pour lesquels l'Action est minimum (relatif) et de segments pour lesquels elle est maximum (relatif). La condition énoncée par le Principe exprime, qu'entre les limites données, et dans les conditions compatibles avec les liaisons, l'Action, pour le mouvement réel, a une valeur maximo-minimum comparée à tous les autres mouvements pour lesquels on suppose valable la loi de la conservation de l'énergie :  $\frac{1}{2}mv^2 + \Pi = h$ . ( $\Pi$  : l'énergie potentielle ;  $h$  : constante des forces vives). Telle est l'interprétation exacte de ce principe.

Pour exprimer que l'intégrale d'Action  $\mathcal{A}$  doit être un *extremum* (des valeurs qu'elle prend lorsqu'on donne des variations virtuelles aux coefficients dont elle dépend), il suffit d'écrire que sa *variation*  $\delta \mathcal{A}$ , par rapport à ces coefficients, est nulle :  $\delta \mathcal{A} = 0$ . On obtient ainsi la forme des lois qui définissent les trajectoires réelles.

La condition  $\delta \mathcal{A} = 0$  est nécessaire pour que l'Action soit minimum, mais elle n'est pas suffisante. Cependant, si l'intervalle de temps compris entre les instants limites  $t_0$  et  $t_1$  est assez petit, et si, dans l'expression Hamiltonienne de l'Action, le potentiel  $\Pi$  est indépendant de  $t$ , l'intégrale  $\mathcal{A}$  est minimum pour le mouvement réel.

Le Principe de la Moindre Action, sous quelque forme qu'on le considère, n'est qu'un *moyen artificiel* de synthétiser, par l'entremise d'une formule unique, les lois connues des phénomènes qu'il enveloppe. On peut, théoriquement, modeler autant d'expressions de l'Action que l'on veut, car il y a une infinité de fonctions des paramètres d'état et des facteurs de modifications (forces généralisées) qui deviennent maximo-minimum par les lois générales des phénomènes réels envisagés. Il n'est que de former une de ces expressions, précisément *par la condition que sa variation soit rendue nulle par les équations exprimant ces lois* (1). L'emploi du Principe est donc

---

(1) Pour que la *variation*  $\delta \mathcal{A} = \varphi \cdot \delta q_1 + \psi \delta q_2 + \chi \delta q_3 \dots$  d'une expression  $\mathcal{A}$  des paramètres  $q_1, q_2, q_3$  définissant l'état du système et dépendant eux-mêmes d'un paramètre arbitraire  $\lambda$ , soit nulle, il faut et il suffit que chacune des fonctions  $\varphi(q_1, q_2, q_3), \psi(q_1, q_2, q_3 \dots), \chi(q_1 \dots)$  soit nulle séparément :  $\varphi = 0 ; \psi = 0 ; \chi = 0$ . Il faut donc prendre  $\varphi, \psi, \chi$  telles que  $\varphi = 0, \psi = 0, \chi = 0$  soient précisément les équations traduisant les lois



un procédé purement factice de synthèse, on pourrait presque dire un procédé mnémonique. Il ne révèle nullement un vouloir de la Nature. Il ne nous fait pas pénétrer au cœur de celle-ci, nous dévoilant des intentions secrètes. Tout au contraire, pour former l'expression de l'Action, il faut connaître déjà les lois des phénomènes, et la seule méthode qui puisse nous procurer cette connaissance, c'est l'expérience sensible sur laquelle s'exerce le jeu de l'intelligence inductive et combinatrice. LAPLACE, avec sa grande pénétration d'esprit, avait depuis longtemps, dépouillé le Principe de la moindre Action de sa signification métaphysique, en montrant qu'il n'impliquait aucune finalité. « Bien loin d'avoir donné naissance aux lois du mouvement, écrivait-il (1), il n'a pas même participé à leur découverte, sans laquelle nous serions encore à disputer sur ce qu'il faut entendre par « moindre Action » dans la Nature. »

#### D. — *Principe de la moindre contrainte.*

Le Principe de la moindre Action, tant sous sa forme hamiltonienne que sous sa forme maupertuisienne, s'applique uniquement aux systèmes *holonomes*. On appelle ainsi les systèmes dont toutes les *liaisons* peuvent être exprimées en *termes finis* des paramètres qui fixent l'état du système. Mais il y a des circonstances où les conditions imposées aux *variations* de ces paramètres s'expriment par des *relations différentielles qui ne sont pas intégrables*. Dans ce cas, les liaisons imposées *ne peuvent pas s'écrire en termes finis*. On dit alors que le système est *non-holome*. Les équations de LAGRANGE, sous leur forme habituelle, ne sont pas applicables aux systèmes non-holonomes.

GAUSS a donné un Principe, différent de celui de la moindre Action, qui convient aux systèmes holonomes et aux systèmes non-holonomes. Il est connu sous le nom de *Principe de la moindre contrainte*. On l'énonce ainsi : « Le mouvement d'un système de points matériels, soumis à des influences quelconques (forces et liaisons)

---

des phénomènes que l'on veut synthétiser sous forme d'extremum d'une expression unique. Celle-ci sera la fonctionnelle ayant pour variation  $\varphi \delta q_1 + \psi \delta q_2 + \chi \delta q_3$ .

(1) LAPLACE : *Exposition du système du Monde*, t. I<sup>er</sup>, p. 278-279, 3<sup>e</sup> édition in-12, 1808.

a lieu, à chaque instant, avec la moindre « contrainte » possible. La « contrainte » éprouvée, pendant un intervalle de temps infiniment petit, est une expression quantitative ainsi définie : c'est la somme des produits des masses de chaque point par le carré de la quantité dont il s'éloigne par rapport à la position qu'il eût occupée s'il eût été libre.

On voit qu'ici encore, le mot « contrainte » a un sens conventionnel, sans rapport aucun avec une notion intuitive, et que le Principe de la moindre contrainte ne peut être érigé en cause finale.

### E. — *Principe de simplicité.*

L'idée de simplicité des mécanismes de la Nature et de ses normes directrices, s'est offerte aux philosophes et aux savants, dès l'antiquité, aussitôt qu'ils eurent reconnu l'existence de régularités dans la marche des événements. Elle se raccordait, dans leur esprit, à l'idée de perfection. Ils concédaient généreusement à l'Univers cet état souverain. Et la notion de perfection, ils la traduisaient, selon les circonstances, par celles d'unité, de simplicité, de minimum ou d'économie, d'immobilité, de symétrie, de régularité totale, d'harmonie...

L'unité était le principe fondamental *a priori*, principe qui hante encore le cerveau de savants contemporains. Pour THALÈS, tout procédait de l'eau ; pour ANAXIMÈNE, de l'air ; pour HÉRACLITE, du feu.

Pareillement, l'immobilité, parce que jugée plus simple, était tenue pour un état plus parfait que le mouvement et, parmi les mouvements, le rectiligne et le circulaire étaient réputés les plus parfaits, parce que l'un était le plus simple, l'autre le plus symétrique.

La Nature réglée par les lois de l'harmonie, voilà ce qu'enseignait PYTHAGORE. Dans les périodes des corps célestes, il reconnaissait les rapports simples des rythmes musicaux. Et les orbites étaient circulaires parce que la circonférence du cercle est la seule courbe parfaitement égale en tous ses points.

## PRINCIPE DE PLUS GRANDE SIMPLICITÉ.

Parmi les savants contemporains, nul n'a plus insisté sur le Principe de simplicité et ne lui a attaché une valeur plus grande que BOUSSINESQ (1). On peut le formuler ainsi : C'est toujours l'hypothèse la plus naturelle, celle qui s'offre en quelque sorte la première à l'esprit et se traduit par la relation la plus simple entre les facteurs déterminants, qui se trouve expliquer et représenter le mieux le phénomène. Par une sorte de préadaptation, l'esprit paraît avoir l'intuition des mécanismes de la Nature et s'être assimilé son mode d'action. Il lui apparaît alors comme le plus naturel et le plus simple.

Selon BOUSSINESQ, ce principe de simplicité a suggéré à FERMAT l'idée de temps minimum, d'où il a déduit, deux siècles avant son établissement expérimental, la loi de la réfraction de la lumière. Surtout, il est à la base de cette admirable Théorie mécanique de la lumière, que FRESNEL et YOUNG ont créée et qui a expliqué et fait prévoir même tant de phénomènes délicats. L'éther libre est le milieu élastique idéal pour vibrer transversalement, suivant le mode le plus parfait de simplicité imaginable. Là même où il est parsemé de molécules pondérables, c'est-à-dire à l'intérieur des corps transparents, l'éther conserve encore le plus haut degré de simplicité dans son mouvement vibratoire, qui soit compatible avec l'existence d'une réaction dynamique de ces molécules sur lui. « Aussi FRESNEL a-t-il pu deviner, au moyen de ce principe de *simplicité maxima*, dont il s'inspirait, les phénomènes les plus délicats et les plus cachés » : la biréfringence, la polarisation, l'absorption, le polychroïsme.

D'autres savants-philosophes contemporains ont partagé l'opinion de BOUSSINESQ.

*Confrontation de la loi de simplicité avec les données  
de l'expérience scientifique.*

Les découvertes scientifiques du dernier siècle qui ont tant élargi notre connaissance de la nature, sont-elles dues à l'application

---

(1) J. BOUSSINESQ : *Théorie de l'écoulement de l'eau sur un déversoir*, pp. 63-65 et 101-118. *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, tome L, série 2, 1898. *Théorie analytique de la chaleur* : Préface des tomes I et II.



du Principe de simplicité ? Sont-elles au moins venues en confirmer l'idée essentielle ? Ou bien obligent-elles les philosophes de la nature à renoncer à cette thèse ?

La loi de BOYLE-MARIOTTE était conforme au principe de simplicité. A température constante, quand le *volume* d'un gaz diminue, sa *pression* augmente et les deux grandeurs varient en raison inverse l'une de l'autre. Quand la température croît, la pression, à volume constant, croît dans le même rapport. Un mécanisme admirable de simplicité, que quelques expériences sur le gaz rendaient intuitif, conduisait à prévoir cette loi et à en rendre compte rationnellement. Longtemps admise comme exacte pour cette raison, il a fallu cependant l'abandonner, l'ayant reconnue inadéquate aux faits. VAN DER WAALS l'a remplacée par une loi plus complexe, enserrant les données expérimentales de très près, mais qui n'a plus rien d'intuitif (1). Enfin, la loi de VAN DER WAALS elle-même, doit subir des corrections, au voisinage des points critiques de liquéfaction ou de dissociation.

La conception, si simple et si naturelle, de la lumière formée de « rayons » rectilignes (ou curvilignes dans des milieux où l'indice de réfraction varie d'une façon continue), conception qui trouve son expression dans l'Optique géométrique, s'est bientôt montrée, elle aussi, incompatible avec certains faits que des observations plus rigoureuses ont révélés. Les phénomènes de « diffraction » sont en désaccord avec la théorie de la propagation de la lumière par rayons rectilignes. Il a fallu, à celle-ci, substituer la représentation de la lumière par des ondes. L'idée la plus simple que l'on pût se faire d'ondes se propageant dans un milieu, celle qui vint dès l'abord à la pensée de HUYGHENS, et qui fut plus tard adoptée comme évidente et admirablement développée par FRESNEL et YOUNG, était qu'il s'agissait d'ondes produites par des vibrations mécaniques d'un

---

(1) La loi de VAN DER WAALS a pour expression

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

tandis que celle de BOYLE-MARIOTTE se traduit par la formule  $p v = RT$  ( $p$  : pression ;  $v$  : volume ;  $T$  température ;  $a$ ,  $b$  et  $R$  coefficients constants. On voit, en effectuant le produit des deux binômes, dans la formule de VAN DER WAALS, que la formule de BOYLE-MARIOTTE n'en est qu'une expression approchée.

milieu élastique où elles s'avançaient. Eh bien, cette conception s'est heurtée à des faits d'expérience inexplicables par elle. ZEE-MANN, en effet, découvrit qu'un champ magnétique agissait sur la lumière émise par une source placée dans ce champ, et qu'il produisait un dédoublement — ou même une multiplication d'ordre plus élevé — des raies du spectre lumineux fourni par cette source. La lumière ne pouvait être une vibration mécanique, insensible, par nature, à l'action d'un champ magnétique. Elle était un phénomène électro-magnétique périodique, moins intuitif et moins simple. Les physiciens reconnurent en effet qu'elle comportait, en chaque point du milieu où elle se propageait, une double variation périodique de valeur d'un champ électrique et d'un champ magnétique, perpendiculaires l'un à l'autre. Ces variations se propagent de proche en proche avec la vitesse de la lumière, par un phénomène d'induction. Enfin, la Théorie électromagnétique a dû, à son tour, être profondément remaniée et compliquée, à la suite de la découverte de nouveaux faits inattendus, en particulier, de l'effet photo-électrique, du phénomène de COMPTON et de la loi du rayonnement. Ils ont obligé les Physiciens à introduire les notions de quanta de lumière et l'image des « photons ».

Bien d'autres exemples peuvent être trouvés dans toutes les branches de la Physique. Je me contenterai de les énumérer brièvement. En *Spectroscopie*, la formule de BALMER exprimant la loi de la répartition des raies de l'Hydrogène dans le spectre visible, a dû être compliquée et pourvue de certains termes correctifs, variables avec les corps considérés, pour représenter les raies spectrales des autres corps. Pour le spectre des rayons de Röntgen de tous les éléments, elle a été remplacée par la loi de MOSELEY (1). En Electro-

---

(1) La formule de BALMER-RYDBERG était :

$$n = \frac{1}{\lambda} = B \left[ \frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} \right]$$

où  $\tau_1 = 2$  et où  $\tau_2$  désigne la série des nombres entiers : 3, 4, 5, 6... 31. Elle a été étendue aux parties invisibles du spectre de l'Hydrogène, en modifiant la valeur des coefficients constants.

La formule qui traduit la loi de MOSELEY est la suivante :

$$\sqrt{\nu} = K (z - s).$$

$\nu$  fréquence d'une raie d'une substance dans le spectre de Röntgen ;  $z$  numéro d'ordre atomique de cette substance ;  $K$  et  $s$  : constantes.

magnétisme, la Théorie des phénomènes électrodynamiques dans les corps en mouvement a conduit aux formules de transformation de LORENTZ, qui doivent remplacer celles, si simples et intuitives, de GALILÉE-NEWTON, et à tous les développements de la Théorie de la Relativité restreinte. Cette Théorie a introduit une modification et une complication tout à fait imprévues de la loi cinématique, si simple et si naturelle, de la *composition des vitesses* (1), déduite jusque-là, par des raisonnements irréprochables, de principes qui paraissent indubitables à tous les mécaniciens et physiciens. D'autre part, pour rendre compte de l'indépendance des lois de la nature du système de référence, et de l'invariance de leur forme pour un changement de coordonnées quelconque, il faut adopter les principes de la relativité généralisée. L'espace et le temps ne peuvent plus être tenus pour indépendants ; l'espace dans lequel se déroulent les phénomènes n'est plus d'ailleurs qu'approximativement euclidien. L'espace physique a une courbure. Enfin, le champ de gravitation qui traduit cette courbure, est défini par 10 coefficients (au lieu d'un) entre lesquels existent six relations indépendantes.

La découverte des *substances radio-actives*, de leurs transmutations, du rayonnement particulaire et ondulatoire qu'elles émettent, les transformations que l'on a réussi à obtenir en bombardant les atomes et les molécules des corps simples par le rayonnement particulaire (rayons  $\alpha$ ), ont contraint les physiciens, pour rendre compte de ces phénomènes, à compliquer singulièrement la conception qu'ils s'étaient faite originairement de l'atome. Cette image elle-même semble devoir être abandonnée. Toute notre conception de la matière doit être réformée. Elle ne s'oppose plus, élément inerte, de masse invariable, à l'énergie. Elle est un aspect de celle-ci ; sa masse est fonction de son état physique et mécanique. Elle se fond en charges électriques animées de mouvements. Et la Chimie apparaît comme la branche la plus ardue et la plus délicate de la Physique.

Que dire des difficiles énigmes qu'ont donné à résoudre l'étude approfondie du *rayonnement*, si simple pour l'école de FRESNEL ? Il

---

(1) La loi de composition des vitesses (de même direction et même sens), dans la Mécanique classique, s'exprime par la relation simple :  $W = v + w$ , tandis que la loi correcte établie par EINSTEIN est  $W = \frac{v + w}{1 + \frac{v w}{c^2}}$



offre un double aspect apparent : corpusculaire et ondulatoire. Toute propagation d'onde semble accompagnée du mouvement d'un centre d'énergie et de masse. Réciproquement toute émission de particules matérielles s'accompagne de la propagation d'une variation périodique (ondes). Ce n'est qu'au moyen de considérations très abstraites et par la découverte de relations très cachées, que la « Mécanique ondulatoire » a pu, dans une synthèse supérieure, rattacher ces phénomènes à nos autres connaissances. Jusque-là, le mouvement des corps et l'énergie rayonnante se présentaient comme les termes opposés d'une alternative. Cette tentative réussie, d'organiser un ensemble de processus, jamais encore embrassé, en les saisissant, sous des principes synthétiques, a exigé l'élaboration de notions et d'êtres mathématiques étrangers à toute pensée intuitive. Et ceci confirme la prédiction d'HELMHOLTZ, faite, il y a un demi-siècle déjà : « Une loi, disait-il, assez vaste pour embrasser tous les changements qui se produisent dans la nature devra comporter nécessairement des concepts de la sorte la plus abstraite, pour que l'on puisse déduire de leur énoncé toutes les propriétés particulières des objets naturels. En pareil cas, on est obligé de façonner d'abord de nouvelles notions abstraites. Celui qui les entend définir pour la première fois ne les peut étayer aucune intuition ou expérience, c'est-à-dire qu'il ne s'en peut rien figurer d'après les façons de s'exprimer ordinaires. »

Ainsi, c'est l'idée opposée à celle de simplicité, qui s'impose de plus en plus au savant. Partout où l'on avait cru reconnaître des lois et des mécanismes simples, où l'on avait pensé pouvoir rendre compte des processus par des conceptions intuitives, on s'est vu obligé, par une information plus complète, de substituer, à ces représentations bientôt reconnues inadéquates, des lois et des mécanismes d'une complication très grande. « La nature ne se soucie pas des difficultés analytiques », déplorait déjà FRESNEL. Il ne soupçonnait pas encore quelles surprises allait apporter, dans cet ordre d'idées, une science plus avancée.

\* \* \*

Le peu de confiance qu'on peut accorder au Principe de simplicité, le défaut de certitude des déductions que l'on en tire, n'avaient pas échappé à BOUSSINESQ. Il reconnaissait que son application avait

conduit à des conclusions erronées. « Les Anciens y avaient trouvé les « preuves » (ou plutôt des arguments sans valeur pour justifier une idée préconçue), du mouvement circulaire et uniforme des planètes, DESCARTES... la loi de la conservation du mouvement, *inexacte*, *il est vrai*, mais de laquelle deux rectifications différentes, dues, l'une à HUYGHENS, l'autre à LEIBNITZ, ont tiré les deux principes les plus féconds de la Mécanique, savoir celui de la conservation algébrique des quantités de mouvement orientés et celui des forces vives ou de l'énergie » (1).

La Théorie de FRESNEL elle-même, où le principe « a trouvé sa réalisation la plus complète », s'était heurtée à son tour, à des faits incompatibles avec elle.

Par moments pourtant, BOUSSINESQ, plus avisé, ne tient le principe que pour un *moyen*, pouvant être appelé à l'aide au *début* de la recherche. Il joue le rôle d'hypothèse de travail conduisant tantôt à des conclusions vérifiées, tantôt à des erreurs. Il tombe au rang de règle pragmatique.

Quoique physicien-mathématicien de grande valeur, BOUSSINESQ lui-même connut l'échec de ses efforts à rendre compte avec des molécules et des lois simples et naturelles — donc, au moyen de ces explications géométriques et mécaniques qu'il préconisait — des phénomènes électriques et magnétiques et aussi des phénomènes chimiques. Il voyait néanmoins avec regret les savants contemporains renoncer à une méthode qui avait compté tant de succès et, perdus au bon sens, s'élancer, à la suite de MAXWELL, à la poursuite de ces phénomènes électriques et magnétiques si obscurs encore. Il prévoyait les malheurs qui leur étaient réservés, sans pouvoir, telle Cassandra, se faire écouter d'eux ni détourner le destin. L'ensemble si étendu des phénomènes du monde physique, rendus clairs et organisés en connaissance, « paraissait au bon sens, disait-il, assez cohérent pour qu'on pût supporter, sans impatience, l'obscurité sur presque tout le reste, notamment sur les phénomènes électriques et magnétiques où n'avait pu pénétrer qu'une insuffisante lumière...

« Or, il s'est trouvé que ces phénomènes électriques et magnétiques, à mesure qu'on les étudiait davantage, révélaient une complexité croissante, des aspects insoupçonnés et, par suite, des élé-

---

(1) BOUSSINESQ, *ibid.*, p. 65.

ments difficiles à construire géométriquement comme avaient pu l'être les phénomènes les plus simples, c'est-à-dire, à se représenter, par des mouvements de points matériels distribués dans l'espace et s'influençant mutuellement en fonction de leurs distances. Il y avait donc lieu de renoncer *provisoirement* à se représenter leur ensemble... Et l'on pouvait continuer à user, pour les phénomènes les plus accessibles, de la faculté qui s'y était montrée si féconde, de les représenter géométriquement et simplement, sans exiger, de la réalité objective de telles représentations, des preuves d'une rigueur absolue... Au lieu de cela, les principes et les résultats péniblement établis durant trois siècles, ont été, sinon niés formellement, du moins, regardés par de nombreux esprits, comme non avenus ou sérieusement douteux (1). »

#### ORIGINE DE LA CROYANCE ERRONÉE A LA SIMPLICITÉ DES LOIS

D'où vient cette propension naturelle de l'homme à croire à la simplicité des démarches de la nature, croyance qui subsiste encore chez plusieurs savants ? Dénoncer l'erreur n'est pas suffisant ; il faut en chercher l'origine. Plusieurs espèces de causes ont produit ce résultat.

1<sup>o</sup> Les premières lois naturelles aperçues et formulées étaient de forme très simple : *c'était la condition de leur découverte*. Telles furent : la périodicité des mouvements des astres ; l'isochronisme des petites oscillations du pendule, la loi de la réflexion de la lumière, les lois de la chute des graves.

2<sup>o</sup> Lorsque l'investigation scientifique de la nature fut poursuivie systématiquement, les chercheurs ont *choisi* les rares phénomènes dont le mécanisme était assez simple pour être accessible à l'analyse ; ou bien encore, ils ont *détaché d'un ensemble* inabordable par sa complexité, une partie, simple par exception.

On peut citer comme exemple, les lois de symétrie des formes cristallines énoncées par HAÜY ; la loi des attractions et des répulsions électriques de COULOMB ; celle d'OHM sur l'intensité des courants constants ; la loi de la conservation de la masse totale d'un

---

(1) BOUSSINESQ, *ibid.*



système chimique en réaction (loi de LAVOISIER) ; celle de l'action des courants sur les aimants, d'AMPÈRE.

3<sup>o</sup> Le plus souvent, cependant, la simplicité *n'était pas dans les faits réels* judicieusement choisis : elle était une création artificielle de l'intellect qui l'introduisait inconsciemment dans la construction scientifique. Ceci s'est produit par des moyens divers.

A. — Les instruments et les méthodes d'investigation des phénomènes naturels étant restés assez grossiers et les mesures peu précises presque jusqu'à la fin du xix<sup>e</sup> siècle, les savants qui abordèrent les phénomènes à norme compliquée, les purent représenter avec une approximation satisfaisante par des lois simples. Ils ignoraient que celles-ci ne formaient que les premiers termes du développement en série de la loi rigoureuse, exprimée par une fonction transcendante en général, intégrale d'une équation différentielle, ou aux dérivées partielles. Hors d'état d'apercevoir l'écart qui subsistait entre leur formule approximative et la complication des relations quantitatives des processus réels, ils tenaient la première pour rigoureusement conforme aux faits.

Les exemples de lois simples de ce genre sont très nombreux dans la science : loi de BOYLE-MARIOTTE ; loi de KEPLER (en réalité, les planètes ne décrivent pas rigoureusement des ellipses ni même des courbes fermées (GYLDEN)) ; loi de NEWTON (corrigée par EINSTEIN) ; loi de l'invariabilité de la masse des corps pendant le mouvement ; loi de constance de la masse d'un système chimique en réaction ; loi de l'inaltérabilité des atomes des substances simples..., etc.

Une variété de ce genre de méprises se présentait inévitable, lorsqu'*on ne saisissait*, de processus infraperceptibles nombreux et embrouillés, qu'*un résultat statistique moyen*, se dessinant en silhouette simple, seule observable.

B. — L'homme fait sentir plus profondément encore son intervention personnelle dans le dessin cognitif de l'Univers. Parmi toutes les hypothèses sur le mécanisme de la nature, et toutes les relations analytiques que pouvaient suggérer les données expérimentales, il a retenu celles-là seules qui conduisaient à des équations (différentielles, intégrales, fonctionnelles), que *l'on savait intégrer*. Plus généralement, il n'a développé que les théories conduisant à des relations quantitatives qu'il sait maîtriser analytiquement,

ou représenter par un symbolisme mathématique, *déjà façonné au préalable*.

Dans les théories physiques, jusqu'à H. WEYL et EINSTEIN, il avait laissé de côté, sans même s'apercevoir de l'omission, toutes les Géométries pour lesquelles la direction ou la distance ne sont pas intégrables dans l'espace. H. WEYL fut le premier à s'apercevoir du caractère très particulier des espaces auxquels on avait eu recours jusqu'à présent — même en Relativité généralisée — et à oser référer les faits à des espaces où cette intégrabilité n'est pas une propriété spécifique, pour expliquer les phénomènes d'électromagnétisme et de gravitation, ainsi que l'existence de la matière.

De même, en Mécanique, en Physique, dans la Théorie des marées, on suppose toujours que les oscillations réelles sont *linéaires*, c'est-à-dire représentées par des équations différentielles linéaires (1). Mais ceci est un cas extrêmement particulier. KRYLOFF, le premier, a aperçu et dénoncé le caractère spécial et arbitraire de cette supposition, faite implicitement *pour des raisons de commodité du traitement mathématique*. En fait, la plupart des oscillations physiques sont de structure non-linéaire.

« En étudiant cependant de près les oscillations de types différents qui s'imposent à l'œil scrutateur du chercheur dans la science on constate que ce sont les oscillations de tout autre nature — les oscillations dites non-linéaires — qui sont destinées à jouer un rôle de premier plan dans les recherches actuelles, et que c'est seulement le manque de l'appareil mathématique adéquat qui a forcé souvent les chercheurs à se borner à la considération des oscillations linéaires, tandis qu'au fond on a affaire, par essence même des choses, aux oscillations régies par les équations différentielles non-linéaires ainsi que par les équations différentielles linéaires, mais dont les paramètres dépendent du temps. Cette dernière classe d'oscillations peut aussi être incluse dans celles des oscillations non-linéaires (2). »

C'est en Mécanique céleste, à propos du problème des trois corps,

---

(1) Ce qui ne veut pas dire, évidemment, de premier ordre, mais où les dérivées successives ne figurent qu'au premier degré.

(2) Nicolas KRYLOFF et N. BOGOLINHOFF : *Le problème fondamental de la Mécanique non-linéaire* (Revue générale des Sciences, 15 janv. 1933, p. 9 et suivantes).

en particulier, que l'on a été inévitablement contraint tout d'abord, d'aborder l'étude de ce genre d'oscillations. H. POINCARÉ et LIAPOUNOFF ont élaboré des méthodes pour la recherche des solutions non-périodiques des problèmes non-linéaires. « Les oscillations, correspondant aux solutions périodiques ne sont qu'un cas bien particulier des oscillations se rencontrant dans la nature et les résultats les concernant ne nous apprennent, comme le dit H. POINCARÉ, que peu de chose sur le cas général du problème... »

« Malgré toute leur importance, les méthodes de POINCARÉ-LIAPOUNOFF ne sont valables cependant... que pour les oscillations périodiques, tandis qu'en radio-technique, par exemple, ainsi qu'en d'autres sciences, bien entendu, on se trouve en présence, par l'essence même des choses, des oscillations quasi-périodiques, c'est-à-dire des oscillations qui possèdent au moins deux fréquences indépendantes entre elles (1). »

Enfin, dans les grandes synthèses explicatives, destinées à ramener à quelques principes un grand nombre de faits, dans les théories de l'évolution de l'Univers et dans celles du Champ unitaire, par exemple, ce caractère arbitraire du choix des hypothèses retenues, apparaît d'une façon frappante. Seules ont été considérées celles qui, pour des raisons de technique mathématique — possibilité d'intégrabilité, convergence des développements, existence d'un symbolisme adéquat — s'avéraient maniables. Beaucoup d'autres hypothèses cependant, possibles elles aussi et même plus vraisemblables, *auraient conduit à des conceptions du monde tout différentes.*

On les a écartées tacitement ou même on n'a pas songé à les façonner. Mais, au point de vue de la science du monde réel et de sa philosophie, rien ne prouve que le complexe des faits d'expérience ne soit pas mieux représenté par quelques unes des hypothèses délaissées pour raison d'insuffisance de nos moyens techniques. Le contraire même est infiniment probable, parce que ces dernières sont, non seulement les plus nombreuses, mais aussi les plus compréhensives, puisque exprimées par des formes mathématiques plus générales.

Pour terminer cette critique de la finalité en Physique, je relèverai que les protagonistes de cette doctrine qui personnalise la nature

---

(1) N. KRYLOFF, *ibid.*



et lui attribue des intentions, ne laissent pas de montrer quelque embarras (1). Ils ne peuvent éviter de sentir qu'il n'y a, dans cette conception, qu'un ingénieux subterfuge, commode parfois, au début de la recherche, lorsque fait défaut toute méthode rationnelle plus sûre. « Mais au début de la recherche, le premier point de vue [celui du finalisme], où la nature nous apparaît à l'image de nos intelligences, est le point de vue humain par excellence, le seul même qui semble à notre portée ou approprié à nos moyens. Aussi se montre-t-il le plus fécond (2). »

Le finalisme se présente-t-il encore comme une philosophie explicative, ou cette interprétation ne lui confère-t-elle plus qu'une incertaine valeur pragmatique ?

---

(1) BOUSSINESQ ne peut céler un certain trouble dans sa conviction lorsqu'il parle de ces intentions de la nature « en raison desquelles les lois des phénomènes paraîtraient, d'une certaine manière, avoir été choisies, quoique, à un autre point de vue, ces Principes de maximum et de minimum s'expliquent par les lois elles-mêmes » (J. BOUSSINESQ, *ibid.*, p. 64).

(2) J. BOUSSINESQ (*Mémoires de l'Acad. des Sc.*, 2<sup>e</sup> série I, p. 64).





## NOTE

### Sur les diverses expressions d' « Action » introduites successivement en Mécanique et en Physique.

On a donné, dans le texte (p. 20) la formule de l' « Action » proposée par MAUPERTUIS.

TAIT et THOMSON ont utilisé le principe, en prenant pour expression de l'Action maupertuisienne l'intégrale

$$\mathfrak{A} = \int_{P_0}^P \sqrt{2(U + h)} ds \quad (1)$$

Dans cette formule,  $U$  désigne la *fonction des forces* agissant sur le système (1) ;  $h$  la constante de l'équation des forces vives (fixe en valeur dans les conditions du problème) ;  $\frac{ds}{dt}$  est la racine carrée de la force vive.

$$ds^2 = [\Sigma m v^2] dt^2 = [\Sigma m (x'^2 + y'^2 + z'^2)] dt^2 = \Sigma a_{ij} dq_i dq_j$$

enfin  $P_0$  et  $P$  sont les points fixes terminaux (ils correspondent aux valeurs extrêmes des paramètres qui définissent la trajectoire).

Ces deux formules sont équivalentes. On peut, en effet, passer aisément de l'une à l'autre au moyen du principe des forces vives. Celui-ci donne immédiatement, en appelant  $U$  la fonction des forces

$$\Sigma \frac{m v^2}{2} = U + h \quad (2)$$

ou  $\Sigma m v^2 = 2(U + h)$

D'autre part on a  $ds^2 = (\Sigma m v^2) dt^2$

---

(1) C'est-à-dire dont les forces appliquées au système sont les dérivées partielles :  $\Sigma X = \frac{\partial U}{\partial x}$  ;  $\Sigma Y = \frac{\partial U}{\partial y}$  ;  $\Sigma Z = \frac{\partial U}{\partial z}$ .



$$\text{d'où} \quad dt = \frac{ds}{\sqrt{\Sigma m v^2}} = \frac{ds}{\sqrt{2(U+h)}}$$

Donc

$$\int \Sigma m v^2 dt = \int 2(U+h) \frac{ds}{\sqrt{2(U+h)}} = \int \sqrt{2(U+h)} ds$$

Quant aux limites entre lesquelles on doit prendre la nouvelle intégrale, elles sont les coordonnées des points ( $P_0$  et  $P$ ) qui correspondent aux instants  $t_0$  et  $t_1$  de la trajectoire.

#### ACTION HAMILTONIENNE.

R. HAMILTON a introduit plusieurs expressions d'Action, embrasant un plus large domaine que la formule de MAUPERTUIS. Elles conviennent aussi bien aux systèmes non-holonomes qu'aux systèmes holonomes.

La plus générale est la suivante :

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^{t_1} [T + \Sigma (\mathcal{E})] dt \quad (3)$$

$T$  représente le double de la force vive du système :  $\Sigma m v^2$  ;  $\Sigma (\mathcal{E})$  est la somme des travaux de toutes les forces intérieures et extérieures agissant sur les diverses parties du système (les forces de liaison exceptées). Si les forces appliquées dérivent d'un potentiel  $\Pi$ , on a :

$$\Sigma (\mathcal{E}) = \Pi_0 - \Pi$$

La valeur du potentiel n'étant déterminée qu'à une constante près, on peut prendre la valeur du potentiel à l'instant  $t_0$  égale à zéro :  $\Pi_0 = 0$  ;

$$\text{d'où} \quad \Sigma (\mathcal{E}) = -\Pi.$$

On a donc, dans ce cas particulier

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^t (T - \Pi) dt \quad (4)$$

où, en désignant par  $U$  la fonction des forces appliquées, et puisque  $U = -\Pi$ ,

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^t (T + U) dt \quad (4 \text{ bis})$$

Au lieu du binôme  $(T - \Pi)$  sous le signe  $\int$ , on prend souvent cette expression changée de signe. Elles passent toutes les deux en même

temps par une valeur extrême : l'une est un maximum quand l'autre est un minimum, leurs valeurs absolues étant égales. La fonction  $H = \Pi - T$ , différence entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique du système, joue un rôle important en Physique aussi bien qu'en Mécanique. On lui a donné divers noms : *fonction caractéristique*, *potentiel cinétique*, *énergie libre*... Le produit de cette fonction par la différentielle de temps est l'élément d'Action  $H \cdot dt$ .

HELMHOLTZ a cherché à étendre le Principe de la moindre Action à tous les phénomènes de la Physique et à fonder cette science ainsi que la Chimie uniquement sur deux principes : celui de la *conservation de l'énergie* et celui de la *moindre Action*. La forme choisie primitivement par HELMHOLTZ pour l'Action (1) rentre dans l'expression générale de l'Action hamiltonienne. Cette forme est la suivante :

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^{t'} [\varpi - T + \sum_i (P_i p_i)] dt$$

où  $\varpi$  désigne le potentiel des forces *intérieures*,  $T$  l'énergie cinétique du système, et  $\sum P_i p_i$  la somme des composantes des forces *extérieures* agissant dans la direction de l'un des paramètres,  $p_i$ , dont l'ensemble sert à définir l'état du système.

Mais dès qu'HELMHOLTZ a voulu appliquer le principe de la moindre Action hamiltonienne aux phénomènes thermodynamiques et à ceux de l'électromagnétisme, pour en tirer les lois, il a dû modifier la forme et les propriétés des fonctions comprises sous le signe  $\int$  et leur substituer des fonctions beaucoup plus générales et compliquées et enfin ajouter de nouveaux termes. En particulier l'énergie cinétique n'est plus, comme en Mécanique, une fonction homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées. Pour rendre compte de la *non réversibilité* des phénomènes calorifiques, HELMHOLTZ est obligé de faire intervenir dans l'expression de  $T$  une *fonction linéaire* des vitesses, ce qu'il interprète en invoquant l'existence possible de « masses cachées » animées de mouvements qui ne se manifestent pas sous la forme de mouvements visibles. Le principe de la moindre Action hamiltonienne, sous sa forme ordinaire, ne comporte l'existence que de phénomènes *réversibles*. L'irréversibilité des phénomènes thermiques ne serait, pour HELMHOLTZ, qu'une apparence,

---

(1) Dans son grand mémoire *Ueber die physikalische Bedeutung des Principes der Kleinsten Wirkang. Wissenschaftliche Abhandlungen*.

due à la présence des masses cachées. Il n'y aurait en réalité que des phénomènes réversibles, ressortissant tous au Principe sous sa forme classique. L'irréversibilité, dit-il, « semble résider, non dans l'essence des choses, mais seulement dans l'imperfection de nos moyens d'investigation. Ils ne nous permettent pas d'ordonner à nouveau les mouvements atomiques désordonnés, ou bien de lancer exactement en sens inverse tous les atomes animés de mouvements calorifiques ».

Dans l'application du Principe à l'Electromagnétisme, HELMHOLTZ s'est trouvé conduit encore à faire figurer dans l'énergie cinétique une fonction linéaire des vitesses ou, plus généralement, une fonction impaire. D'autre part, la forme du potentiel cinétique doit être modifiée par l'addition de nouveaux potentiels. Pendant toute la seconde moitié de sa vie, HELMHOLTZ a fait des efforts répétés pour compléter et généraliser les expressions de l'Action qu'il élaborait successivement, de façon à en pouvoir tirer les lois de l'électromagnétisme. Dans le dernier mémoire qu'il a publié sur ce sujet, peu de temps avant sa mort (1), mémoire où il s'est efforcé de ramener l'intégrale d'Action à la forme la plus simple possible, la fonction  $H$  se présente encore comme une expression extrêmement compliquée. Elle contient six expressions : chacune d'elle est une intégrale triple portant sur un polynôme assez long.

Après HELMHOLTZ, d'autres formules plus ou moins compliquées de l'Action ont été modelées pour y faire rentrer les lois de la Mécanique et de la Physique relativiste, celles du champ de gravitation et du champ électromagnétique en particulier.

Eugène et François COSSERAT, partant de la *Théorie des groupes de transformation*, ont généralisé d'abord le concept de mouvement — on peut même l'affranchir de la considération du temps (déplacements). — Ils ont pu définir ainsi le « groupe général des mouvements » et en établir la théorie la plus vaste.

Si, en outre, on introduit la notion de *continuité*, la définition de « groupe continu des déplacements euclidiens » peut être formée à l'aide de ces seuls éléments. Ce dernier groupe de transformations possède six paramètres indépendants et continus. On passe facilement de là à la définition et aux formules des *transformations infinitésimales*.

---

(1) H. VON HELMHOLTZ : *Wissenschaftliche Abhandlungen*, t. III, p. 597-603.



La propriété la plus importante d'un groupe est de posséder des « invariants ». M. M. COSSERAT considère une fonction  $W$  de deux positions infiniment voisines d'un point en mouvement et *détermine la forme de cette fonction inconnue  $W$  par la condition qu'elle reste invariante pour toutes les transformations infinitésimales du « groupe des déplacements euclidiens ».*

On démontre que la fonction  $W$  ne dépend pas des coordonnées  $x, y, z$ , des points du système, mais seulement de la grandeur

$$u_i = \left( \frac{dx_i}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy_i}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz_i}{dt} \right)^2$$

Si maintenant on considère une quantité  $v_i$  qui vérifie la relation

$$v_i = \sqrt{u_i} \quad \text{ou} \quad v^2 = u_i$$

$v_i$  jouera le rôle d'une vitesse généralisée du point  $M_i$  dans la nouvelle Mécanique.  $W(v) dt$  est appelée l'Action élémentaire euclidienne pendant l'intervalle de temps  $dt$  et l'expression

$$\mathfrak{A} = \int_{t_0}^{t_1} W dt$$

l'Action généralisée entre les instants  $t_0$  et  $t_1$ .

$\mathfrak{A}$  sert à obtenir toutes les autres grandeurs généralisées de la nouvelle Mécanique : le vecteur « force généralisée, » la grandeur scalaire, « travail des forces extérieures », le vecteur « impulsion ».

En écrivant que  $\mathfrak{A}$  doit être extremum ou que sa variation :

$$\delta \mathfrak{A} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{v} \frac{dW}{dv} \left( \frac{dx}{dt} \frac{d \delta x}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{d \delta y}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{d \delta z}{dt} \right) dt$$

est nulle pendant tout le mouvement, on obtient les six équations de la Dynamique généralisée. La septième — qui correspond à l'équation des forces vives — s'obtient en formant l'expression

$$X dz + Y dy + Z dx$$

Elle est égale à  $d \left( v \frac{dW}{dv} - W \right)$ . Pour cette raison, la grandeur

$$E = v \frac{dW}{dv} - W.$$

est prise pour la « force vive généralisée ».

Il est facile enfin de construire des fonctions dérivées de  $W$ , qui,

dans la Mécanique générale, correspondent à l'Action hamiltonienne et à l'Action maupertuisienne de la Mécanique classique.

Le principal intérêt de la nouvelle Mécanique est que  $W$  est une fonction de  $v^2$  dont la forme présente la plus large indétermination. Il n'y a donc pas une seule mécanique généralisée possible, mais une série de telles mécaniques. En réalité, il y en a une infinité. La fonction  $W$ , sous des hypothèses très compréhensives, peut être développée en une série contenant un nombre infini de termes

$$W = av^2 + w_3 + \dots$$

En remarquant que  $\frac{1}{v} \frac{dW}{dv}$  est la quantité par laquelle il faut multiplier les vitesses  $v$  pour obtenir l'expression de la quantité de mouvement généralisée, il est facile d'obtenir la série qui représente cette grandeur  $\frac{1}{v} \frac{dW}{dv}$ , à laquelle on donne le nom de « masse maupertuisienne généralisée ». On a :

$$\frac{1}{v} \frac{dW}{dv} = m + \dots$$

Le premier terme de cette série est une quantité constante :  $m$ . Les termes successifs suivants dépendent respectivement de  $v$ ,  $v^2$ ,  $v^3$ . Ainsi, dans la nouvelle Mécanique, la masse est une fonction de la vitesse et varie avec elle.

HILBERT, EDDINGTON, WEYL, EINSTEIN ont déduit les équations du champ de gravitation, celles du champ électromagnétique et celles du mouvement d'un principe variationnel, analogue aussi à celui de HAMILTON. EINSTEIN, par exemple, l'écrit sous la forme :

$$\delta \cdot \int [(G + M) \sqrt{-g}] dx = 0$$

où  $G$  désigne l'invariant de courbure (fonction linéaire par rapport aux  $\frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}$ , dont les coefficients dépendent seulement des  $g_{\mu\nu}$ );  $M$ , une fonction des  $g_{\mu\nu}$ , des  $p_i$  et des  $\frac{\partial p_i}{\partial x_\alpha}$ , également invariante, et  $\sqrt{-g} dx$  le volume de l'« élément d'Univers » (élément invariant lui aussi).

En écrivant les conditions nécessaires pour que la variation de l'intégrale soit nulle, on retrouve les équations du champ, d'EINSTEIN.

## « L'ACTION VITALE ».

Tout récemment, M. Vito VOLTERRA, poursuivant l'étude mathématique des fluctuations biologiques des populations de  $n$  espèces animales, habitant une même contrée et se limitant les unes les autres (concurrence vitale, lutte pour la vie au sens large) a montré que les lois de ces fluctuations statistiques pouvaient être déduites d'un Principe de « moindre Action vitale », et il a donné l'expression de cette Action (1). Autrement dit, lorsque les équations des fluctuations biologiques sont satisfaites « une certaine expression est *stationnaire* pour toutes les variations infinitésimales des paramètres qui individualisent les états successifs d'une association biologique » (2).

En désignant par  $N$  la population d'une espèce, par  $dX$  l'accroissement élémentaire de la « quantité de vie » (3),  $X$ , de l'espèce, et par  $dt$  un intervalle de temps infiniment petit, on a évidemment :

$$dX = Ndt, \quad \text{d'où} \quad N = \frac{dX}{dt} = X'$$

On appelle, par définition, « Action vitale élémentaire » l'expression :

$$d\mathfrak{A} = \beta N \text{ Log } dX = \beta N \text{ Log } N dt = \beta X' \text{ Log } X' dt$$

$\beta$  désignant un coefficient constant, dont l'inverse  $\frac{1}{\beta}$  est dénommé l'« équivalent » de l'espèce.

L'Action, pendant l'intervalle de temps  $(o, t)$  pour l'espèce considérée, est donc :

$$\mathfrak{A} = \int_o^t \beta N \text{ Log } N dt \quad \text{ou} \quad \int_o^t \beta X' \text{ Log } X' dt$$

Pour une association de  $n$  espèces animales, l'Action vitale totale est :

(1) Vito VOLTERRA : *Le principe de la Moindre Action en Biologie* (C. R. Ac. Sc., t. 203, 18 août 1936, p. 417-21). Voir aussi les communications antérieures du même auteur : C. R. Acad. Sc., t. 202, pp. 1953-57 ; 2023-26 ; 2113-16.

(2) VOLTERRA : *loc. cit.*

(3) Voir C. R. Ac. Sc., t. 202, n° 24 (15 juin 1936, p. 1953-57) pour la définition de ce terme.

$$\alpha_n = \int_0^t \sum_{r=1}^{r=n} \beta_r X'_r \text{Log } X'_r dt \text{ ou } \int_0^t \sum_{r=1}^{r=n} \beta_r N_r \text{Log } N_r dt$$

On démontre que, pour les fluctuations réelles des espèces en compétition (traduites par les équations de ces fluctuations)

$$\delta \alpha = 0 \text{ et que l'on a en outre : } \delta^2 \alpha > 0$$

« Donc toute variation infiniment petite des  $X_1, X_2, \dots, X_n$  conservant l'intégrale (1) :

$$\Theta = \sum_r X'_r \Theta_r + P$$

détermine une augmentation de l'Action  $\alpha$ .

Il s'agit d'un minimum ( $\delta^2 \alpha > 0$ ).

Cela prouve le principe de la moindre Action vitale (2). »

(1)  $\Theta_r$  et  $P$  sont des fonctions données dans la théorie des fluctuations biologiques (Voir Vito VOLTERRA : *Théorie mathématique de la lutte pour la Vie*, p. 40, Gauthier-Villars).

(2) V. VOLTERRA, *loc. cit.*, p. 421.





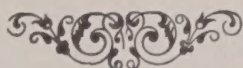
## TABLE DES MATIÈRES

---

	Pages
INTRODUCTION.....	3
PRINCIPES GÉNÉRAUX.....	6

### LES CAUSES FINALES ET LES PRINCIPES

EXAMEN DES DIVERS PRINCIPES D'EXTREMUM.....	7
A. — <i>Principes d'économie de matière et d'économie de place</i> .....	7
Principe d'économie de matière.....	8
Principe d'économie de place.....	9
Critique des lois d'économie de matière et de place.....	10
B. — <i>Principe du moindre effort</i> .....	14
C. — <i>Principes d'extremum au sens strictement quantitatif</i> .....	18
Principe du temps minimum.....	19
Principe de la moindre Action.....	19
D. — <i>Principe de la moindre « contrainte »</i> .....	23
E. — <i>Principe de simplicité</i> .....	24
Confrontation de la loi de simplicité avec les données de l'expérience scientifique.....	25
Origine de la croyance erronée à la simplicité des lois des phénomènes naturels.....	31
NOTE. — <i>Sur les diverses expressions de l'Action</i> ...	37







# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.



**F. ENRIQUES**

De l'Académie *Del Lincei*  
Professeur à l'Université de Rome

## PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DE LA PENSÉE SCIENTIFIQUE

**Ch. FABRY**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences

## OPTIQUE

**E. FAURÉ-FREMIET**

Professeur au Collège de France

## BIOLOGIE

(Embryologie et Histogenèse)

**Ch. FRAIPONT**

Professeur à la Faculté des Sciences  
de Liège

## PALÉONTOLOGIE ET LES GRANDS PROBLÈMES DE LA BIOLOGIE GÉNÉRALE

**Maurice FRECHET**

Professeur à la Sorbonne

## ANALYSE GÉNÉRALE

**M. L. GAY**

Professeur de Chimie-Physique  
à la Faculté des Sciences de Montpellier

## THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE

**J. HADAMARD**

Membre de l'Institut

## ANALYSE MATHÉMATIQUE ET SES APPLICATIONS

**Victor HENRI**

Professeur à l'Université de Liège

## PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

**A. F. JOFFÉ**

Directeur de l'Institut Physico-Technique  
de Leningrad

## PHYSIQUE DES CORPS SOLIDES

**A. JOUNIAUX**

Professeur à l'Institut de Chimie de Lille

## CHIMIE ANALYTIQUE (Chimie-Physique, minérale et industrielle)

**N. K. KOLTZOFF**

Directeur de l'Institut de Biologie  
expérimentale de Moscou  
Membre honoraire R. S. Edinburgh

## LA GÉNÉTIQUE ET LES PROBLÈMES DE L'ÉVOLUTION

**P. LANGEVIN**

Membre de l'Institut  
Professeur au Collège de France

## I. — RELATIVITÉ II. — PHYSIQUE GÉNÉRALE

**Louis LAPICQUE**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE DU SYSTÈME NERVEUX

**A. MAGNAN**

Professeur au Collège de France

## MORPHOLOGIE DYNAMIQUE ET MÉCANIQUE DU MOUVEMENT

**Ch. MARIE**

Directeur de Laboratoire  
à l'Ecole des Hautes-Etudes

## ÉLECTROCHIMIE APPLIQUÉE

**Ch. MAURAIN**

Membre de l'Institut  
Doyen de la Faculté des Sciences  
Directeur de l'Institut de Physique du Globe

## PHYSIQUE DU GLOBE

**André MAYER**

Professeur au Collège de France

## PHYSIOLOGIE

**Henri MINEUR**

Astronome à l'Observatoire de Paris  
Maître de Recherches

## ASTRONOMIE STELLAIRE

**Chr. MUSCELEANU**

Professeur à la Faculté des Sciences  
de Bucarest

## PHYSIQUE GÉNÉRALE ET QUANTA

**M. NICLOUX**

Professeur à la Faculté de Médecine  
de Strasbourg

## CHIMIE ANALYTIQUE (Chimie organique et biologique)

**P. PASCAL**

Correspondant de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne et à l'Ecole  
Centrale des Arts et Manufactures

## CHIMIE GÉNÉRALE et MINÉRALE

**Ch. PÉREZ**

Professeur à la Sorbonne  
BIOLOGIE ZOOLOGIQUE

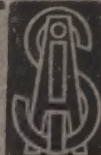
CATALOGUE SPÉCIAL SUR DEMANDE





# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.



**J. PERRIN**

Membre de l'Institut  
Prix Nobel de Physique  
Professeur à la Faculté des Sciences  
de Paris

## ATOMISTIQUE

**Marcel PRENANT**  
Professeur à la Sorbonne

- I. — BIOLOGIE ÉCOLOGIQUE  
II. — LEÇONS DE ZOOLOGIE

**A. REY**

Professeur à la Sorbonne  
**HISTOIRE DES SCIENCES**

**Y. ROCARD**

Maître de Recherches  
**THÉORIES MÉCANIQUES**  
(Hydrodynamique-Acoustique)

**R. SOUÈGES**

Chef de Travaux  
à la Faculté de Pharmacie

## EMBRYOLOGIE ET MORPHOLOGIE VÉGÉTALES

**TAKAGI**

Professeur à l'Université Impériale de Tokyo

## MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

**TAMIYA-(HIROSHI)**

Membre du Tokugawa Biologisches  
Institut-Tokyo

## BIOLOGIE (Physiologie cellulaire)

**A. TCHITCHIBABINE**

Membre de l'Académie des Sciences  
de l'U. R. S. S.

## CHIMIE ORGANIQUE (Série hétérocyclique)

**Georges TEISSIER**

Sous-directeur de la Station  
Biologique de Roscoff

## BIOMÉTRIE ET STATISTIQUE BIOLOGIQUE

**G. URBAIN**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

## THÉORIES CHIMIQUES

**Pierre URBAIN**

Maître de Conférences à l'Institut  
d'Hydrologie et de Climatologie de Paris

## GÉOCHIMIE

**Y. VERLAINE**

Professeur à l'Université de Liège

## PSYCHOLOGIE ANIMALE

**P. WEISS**

Membre de l'Institut  
Directeur de l'Institut de Physique  
de l'Université de Strasbourg

## MAGNÉTISME

**R. WURMSER**

Directeur du Laboratoire de Biophysique  
de l'Ecole des Hautes-Etudes

## BIOPHYSIQUE

### Actualités Scientifiques et Industrielles

#### Série 1937 (suite) :

- |  |        |
|--|--------|
| 482. AUGUSTIN SESMAT. Le système absolu de la mécanique.....   | 8 fr.  |
| 483. AUGUSTIN SESMAT. L'optique des corps au repos.....  | 18 fr. |
| 484. AUGUSTIN SESMAT. L'optique des corps en mouvement.....  | 20 fr. |
| 485. AUGUSTIN SESMAT. L'esprit de la science classique.....  | 12 fr. |
| 486. AUGUSTIN SESMAT. Genèse des théories de la relativité.....  | 10 fr. |
| 487. AUGUSTIN SESMAT. Principes de la théorie restreinte.....  | 12 fr. |
| 488. AUGUSTIN SESMAT. Les systèmes privilégiés de la théorie restreinte.....   | 12 fr. |
| 489. AUGUSTIN SESMAT. Principes de la théorie générale.....  | 12 fr. |
| 490. AUGUSTIN SESMAT. Théorie relativiste de la gravitation.....   | 15 fr. |
| 491. AUGUSTIN SESMAT. Les systèmes privilégiés de la théorie générale.....   | 5 fr.  |
| 492. AUGUSTIN SESMAT. Essai critique sur la doctrine relativiste.....  | 10 fr. |
| 493. RENÉ LAMBERT. Structure générale des nomogrammes et des systèmes<br>nomographiques.....   | 15 fr. |
| 494. D. WEINBERG. Unification des méthodes de mesure en biométrie différen-<br>tielle. Le tétronomie : échelle en quarts de sigma.....             | 15 fr. |
| 495. E. SCHREIDER. Les types humains. Première partie : Les types somatiques....   | 20 fr. |
| 496. E. SCHREIDER. Les types humains. Deuxième partie : Les types psychologiques....   | 18 fr. |
| 497. E. SCHREIDER. Les types humains. Troisième partie : Les types somatopsy-<br>chiques.....  | 20 fr. |
| 498. D. F. POULSON. The embryonic development of drosophila melanogaster by.   | 15 fr. |
| 499. P. URBAIN. Introduction à l'étude pétrographique et géochimique des<br>roches argileuses. I. Méthodes chimiques. II. Méthodes microscopiques. | 15 fr. |

Liste complète à la fin du volume